NOEN SANNSYNLIGHETER I BRIDGE

Av Hans-Wilhelm Mørch.

SANNSYNLIGHETER FOR HVORDAN TRUMFEN(ELLER ANDRE SORTER) ER FORDELT

Anta at du mangler n kort i trumffargen. Hva er sannsynligheten for at vest har a av dem? La $V_a =$ vest har a kort i fargen. Da er

$$P(V_a) = \frac{\binom{n}{a} \cdot \binom{26-n}{13-a}}{\binom{26}{13}}$$

, der a og n er hele tall.

Anta at du mangler 5(n = 5) trumf og lurer på hva sannsynligheten er for at vest har 2(a = 2) og øst 3. I formelen over er altså n = 5 og a = 2. Vi får

$$P(V_2) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{26-5}{13-2}}{\binom{26}{13}} = 0{,}339$$

Det betyr at sannsynligheten for 3 – 2 fordeling er det dobbelte siden sannsynligheten for at øst har 2 og vest 3 er den samme.

I tabellen nedenfor har jeg listet opp en del sannsynligheter. På grunn av avrunding i tredje desimal summerer ikke prosentene seg til nøyaktig 100.

Mangler antall kort i fargen	Fordeling	Sannsynlighet og %
7	4 – 3	0,62 tilsvarer 62 %
7	5 – 2	0,31 tilsvarer 31 %
7	6 - 1	0,07 tilsvarer 7 %
6	6 – 0	0,015 tilsvarer 1,5 %
6	5 – 1	0,15 tilsvarer 15 %
6	4 – 2	0,48 tilsvarer 48 %
6	3 – 3	0,36 tilsvarer 36 %
5	5 – 0	0,039 tilsvarer 3,9 %
5	4 – 1	0,28 tilsvarer 28 %
5	3 – 2	0,68 tilsvarer 68 %
4	4 – 0	0,1 tilsvarer 10 %
4	3 – 1	0,50 tilsvarer 50 %
4	2 – 2	0,41 tilsvarer 41 %
3	3 – 0	0,22 tilsvarer 22 %
3	2 – 1	0,78 tilsvarer 78 %
2	2 – 0	0,48 tilsvarer 48 %
2	1 – 1	0,52 tilsvarer 52 %

SITTER DAMEN 2DRE ELLER 3DJE?

Anta at du er spiller og mangler n kort i en farge. Definer hendelsene

D_v = " damen er i vest"

V_i = " vest har i kort i fargen"

Vi ønsker å finne sannsynligheten for at damen sitter i-te i vest.
Den kan nå skrives

$$P(D_v \cap V_i) = P(V_i \mid D_v) \cdot P(D_v) = \frac{1}{2} P(V_i \mid D_v) = \frac{1}{2} \frac{\binom{n-1}{i-1} \cdot \binom{26-n}{13-i}}{\binom{25}{12}}$$

Anta n = 5. Det vil si at vi mangler 5 kort i fargen.
La i = 1. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest. Sannsynligheten blir 0,028. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,057.

La i = 2. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter dobbel i vest. Sannsynligheten blir 0,136. Sannsynligheten for at damen sitter dobbel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,27.

Anta n = 4. Det vil si at vi mangler 4 kort i fargen.
La og i = 1. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest. Sannsynligheten blir 0,06. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,12.

La i = 2. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter dobbel i vest. Sannsynligheten blir 0,203. Sannsynligheten for at damen sitter dobbel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,41.

La i = 3. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter tredje i vest. Sannsynligheten blir 0,187. Sannsynligheten for at damen sitter tredje(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,37.

La i = 4. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter fjerde i vest. Sannsynligheten blir 0,048. Sannsynligheten for at damen sitter fjerde(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,096

Det betyr at sannsynligheten for at damen sitter 0-te i vest(det vil si 4-de i øst) er lik 0,048.

Vi kan sjekke resultatet og får at

P(dame singel) + P(dame dobbel) + P(dame tredje) + P(dame fjerde) = 0,12 + 0,41 + 0,37 + 0,096 = 0,996 altså praktisk talt lik 1, som summen av sannsynlighetene av de mulige hendelsene(disjunkte) skal være.

La n = 3 og i = 1.
Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest. Sannsynligheten blir 0,13. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,26. Dette betyr at hvis du mangler 3 kort inkludert kongen har du 26 % sjanse for å felle kongen med esset.

La n = 2 og i = 1.
Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest. Sannsynligheten blir 0,26. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,52.

La n = 7 og i = 4.
Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter fjerde i vest. Sannsynligheten blir 0,18. Sannsynligheten for at damen sitter fjerde(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,36.

SANNSYNLIGHETER FOR FORSKJELLIGE FORDELINGER

La 5 3 3 2 bety 5 i en sort, 3 i en annen, 3 i en tredje og 2 i en siste sort. La oss først se på sannsynligheten for en spesiell slik fordeling

P(5 spar, 3 hjerter, 3 ruter, 2 kløver) = $\dfrac{\binom{13}{5}\cdot\binom{13}{3}\cdot\binom{13}{3}\cdot\binom{13}{2}}{\binom{52}{13}} = 0.01293$

Det finnes imidlertid $\dfrac{4!}{1!\cdot 2!\cdot 1!} = 12$ forskjellige måter å få en fordeling som over. Da blir P(5 3 3 2) = $0{,}01293 \cdot 12 = 0{,}155$, det vil si det er15,5 % sjanse for å få 5 3 3 2 fordeling.

Tilsvarende blir sannsynligheten for 5 4 2 2 fordeling:
Se først på sannsynligheten for en spesiell slik fordeling

P(5 spar, 4 hjerter, 2 ruter, 2 kløver) = $\dfrac{\binom{13}{5}\cdot\binom{13}{4}\cdot\binom{13}{2}\cdot\binom{13}{2}}{\binom{52}{13}} = 0.00882$

Det finnes $\dfrac{4!}{1!\cdot 2!\cdot 1!} = 12$ forskjellige måter å få en fordeling som over. Da blir P(5 4 2 2) = $0{,}00882 \cdot 12 = 0{,}106$, det vil si 10,6 % sjanse.

På samme måte finner man
P(4 4 3 2) = 21,6 %,
P(4 3 3 3) = 10,5 %,

P(4 4 4 1) = 3,0 %,
Slik blir det (21,6 + 10,5 + 3,0) % = 35,1 % sjanse for at den lengste fargen er 4 kort.

P(5 3 3 2) = 15,5 %,
P(5 4 3 1) = 12,9 %,
P(5 4 2 2) = 10,6 %
P(5 5 2 1) = 3,2 %,
P(5 4 4 0) = 1,2 %,
P(5 5 3 0) = 0,9 %,
Slik blir det (15,5 + 12,9 + 10,6 + 3,2 + 1,2 + 0,9) % = 44,3 % sjanse for at den lengste fargen er 5 kort.

P(6 3 2 2) = 5,6 %,
P(6 3 3 1) = 3,5 %,
P(6 4 2 1) = 4,7 %,
P(6 4 3 0) = 1,3 %,
P(6 5 1 1) = 0,8 %,
P(6 5 2 0) = 0,7 %,
P(6 6 1 0) = 0,1 %,
Slik blir det 16,7 % sjanse for at den lengste fargen er 6 kort.

P(7 kort i en farge) = $\dfrac{\binom{13}{7}\cdot\binom{39}{6}}{\binom{52}{13}}\cdot 4 = 0{,}035$ Dette er 3,5 % og betyr at denne fordelingen får du i det lange løp 35 av 1000 ganger.

Her må vi gange med 4 side det er 4 sorter å få 7 kort i.
Tilsvarende finner vi

P(8 kort i en farge) = $\dfrac{\binom{13}{8}\cdot\binom{39}{5}}{\binom{52}{13}}\cdot 4 = 0{,}0047$. Denne fordelingen får du i det lange løp 4,7 ganger av 1000.

P(9 kort i en farge) = $\dfrac{\binom{13}{9}\cdot\binom{39}{4}}{\binom{52}{13}}\cdot 4 = 0{,}00037$. I det lange løp får du denne fordelingen 4 av 10000 ganger.

Hvis vi legger sammen sannsynlighetene
P(lengste farge er 4 kort) + P(lengste farge er 5 kort) + P(lengste farge er 6 kort) + P(lengste farge er 7 kort) + P(lengste farge er 8 kort) + P(lengste farge er 9 kort) = 0,351 + 0,443 +

0,167 + 0,035 + 0,0047 + 0,00037 = 1,00107. At sannsynligheten blir større enn 1 skyldes avrundingsfeil.